



Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**Пермский национальный исследовательский
политехнический университет**

Факультет прикладной математики и механики
Кафедра «Математическое моделирование систем и процессов»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
д-р техн. наук, проф.

Н. В. Лобов

2016 г.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ
«Алгебра и геометрия 2. Дифференциальная геометрия
и основы топологии»**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Программа академического бакалавриата

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль программы бакалавриата Математическое моделирование

Квалификация выпускника: Бакалавр

Выпускающая кафедра: Математическое моделирование систем и процессов

Форма обучения: Очная

Курс: 3. Семестры: 5, 6.

Трудоёмкость:

Кредитов по рабочему учебному плану: **5 ЗЕ**
Часов по рабочему учебному плану: **180 ч**

Виды контроля:

Диф. зачёт: **6** Зачет: **5**

Пермь 2016

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и геометрия 2. Дифференциальная геометрия и основы топологии» разработана на основании:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «12» марта 2015 г. № 228 по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»;

- компетентностной модели выпускника ОПОП по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», утверждённых « 24 » июня 2013 г. (с изменениями в связи с переходом на ФГОС ВО);

базового учебного плана очной формы обучения по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», программа бакалавриата «Математическое моделирование», утверждённой «28» апреля 2016 года.

Рабочая программа согласована с рабочими программами дисциплин «Физика», «Компьютерная графика», «Тензорный анализ», «Теория вероятности и математическая статистика», «Теория случайных процессов», «Математический анализ», «Математический анализ 2», «Комплексный анализ», «Дискретная математика», «Дифференциальные уравнения», «Алгебра и геометрия 1. Линейная алгебра», «Алгебра и геометрия 2. Дифференциальная геометрия и основы топологии», «Высшая алгебра», «Физика», «Теоретическая механика», «Аналитическая механика», «Введение в качественную теорию дифференциальных уравнений», «Основы информатики и архитектура компьютеров», «Языки и методы программирования 1», «Языки и методы программирования 2», «Языки и методы программирования 3», «Операционные системы», «Методы высокопроизводительных вычислений и параллельных технологий», «Современные методы разработки программ», Теория случайных процессов, Преддипломная практика, участвующих в формировании компетенций совместно с данной дисциплиной.

Разработчик

канд. физ.-мат. наук, доц.
(учёная степень, звание)


(подпись)

И.Ю. Зубко
(инициалы, фамилия)

Рецензент

д-р физ.-мат. наук, проф.
(учёная степень, звание)


(подпись)

П.В. Трусков
(инициалы, фамилия)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры «Математическое моделирование систем и процессов» «11» ноября 2016 г., протокол №5. Заведующий кафедрой «Математическое моделирование систем и процессов», ведущей дисциплину

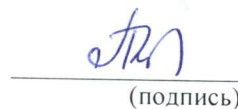
д-р физ.-мат. наук, проф.
(учёная степень, звание)


(подпись)

П.В. Трусков
(инициалы, фамилия)

Рабочая программа одобрена учебно-методической комиссией факультета прикладной математики и механики « 17 » ноября 2016 г., протокол № 5.

Председатель учебно-методической комиссии факультета прикладной математики и механики
канд. физ.-мат. наук, доц.
(учёная степень, звание)

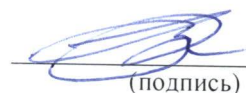

(подпись)

Э.В. Плехова
(инициалы, фамилия)

СОГЛАСОВАНО

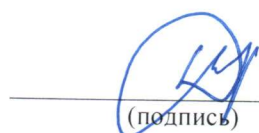
Заведующий выпускающей кафедрой «Математическое моделирование систем и процессов»

д-р физ.-мат. наук, проф.
(учёная степень, звание)


(подпись)

П.В. Трусков
(инициалы, фамилия)

Начальник управления образовательных программ, канд. техн. наук, доц.
(учёная степень, звание)


(подпись)

Д.С. Репецкий
(инициалы, фамилия)

1. Общие положения

1.1 Цель учебной дисциплины — формирование комплекса знаний, умений и навыков по владению дифференциально-геометрическими понятиями и применению подходов и методов дифференциальной геометрии к описанию и исследованию объектов и систем, берущих начало в прикладной математике, и используемых при математическом моделировании физико-механических систем и процессов.

При изучении дисциплины студент осваивает компетенцию

- способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат (ПК-2),
- способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1).

1.2 Задачи учебной дисциплины

- **изучение** понятий дифференциально-геометрического происхождения, в частности, понятий топологических пространств, многообразий, касательных расслоений, строения многообразий, видов вводимых на многообразиях структур и приобретаемых вследствие этого свойств (от топологических до Римановых пространств), понятий кривых на многообразиях, гиперповерхностей, векторов и тензоров на многообразиях, внешних форм, их свойств и операций над ними, включая производную Ли, внешнюю производную, градиент, абсолютную производную, а также изучение теории кривых и поверхностей в трехмерном пространстве;

- **формирование умения** применять основные понятия дифференциально-геометрического происхождения для описания свойств и структуры произвольных многообразий, использовать теорию внешних форм для исследования свойств дифференцируемых многообразий, находить производные Ли, абсолютную производную, градиент от различных тензоров и полилинейных форм, применять обобщенную теорему Стокса и следствия из нее для различных многообразий, работать с аффинной связностью, определять тензоры кручения, Римана-Кристоффеля, исследовать геометрический смысл дифференциальных операторов на многообразиях, описывать свойства кривых и поверхностей в трехмерном евклидовом пространстве;

- **формирование навыков** владения понятиями и методами дифференциально-геометрического происхождения, работы с векторами, тензорами, внешними формами на произвольных многообразиях, владения теорией внешних форм, работы с производными Ли, абсолютной производной, градиентом от тензоров и полилинейных форм, применения обобщенной теоремы Стокса и следствий из нее, исследования кривых и поверхностей как Римановых пространств в трехмерном евклидовом пространстве.

1.3 Предметом освоения дисциплины являются следующие объекты:

Пространства и многообразия различной структуры от топологических до Римановых пространств, касательные расслоения, их структура и свойства. Вводимые на них объекты, такие как векторы, тензоры, полилинейные формы, внешние формы, алгебраические и дифференциальные операции над ними (перенос и производная Ли, абсолютная производная, градиент, дивергенция), теорема Стокса и следствия из нее, аффинная связность, тензор кручения, тензор

Римана-Кристоффеля, их геометрический смысл. Приложения введенных дифференциально-геометрических понятий к исследованию кривых и поверхностей как Римановых пространств, вложенных в евклидово пространство.

1.4 Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.В.04. «Алгебра и геометрия 2. Дифференциальная геометрия и основы топологии» относится к *вариативной части блока 1 «Дисциплины (модули)»* и является *обязательной* при освоении ОПОП по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», профиль программы бакалавриата «Математическое моделирование».

В результате изучения дисциплины Б1.В.04. «Алгебра и геометрия 2. Дифференциальная геометрия и основы топологии» обучающийся должен освоить части указанных в пункте 1.1 компетенций и продемонстрировать следующие результаты:

• знать:

- определения и свойства топологических пространств, многообразий, касательных расслоений, строение многообразий;
- виды вводимых на многообразиях структур и приобретаемые вследствие этого свойства (от топологических до Римановых пространств);
- определения и свойства кривых на многообразиях, гиперповерхностей, векторов и тензоров на многообразиях, внешних форм, их свойств и операций над ними, включая производную Ли, внешнюю производную, градиент, абсолютную производную;
- основы теории кривых и поверхностей в трехмерном пространстве;

• уметь:

- применять основные понятия дифференциально-геометрического происхождения для описания свойств и структуры произвольных многообразий;
- использовать теорию внешних форм для исследования свойств дифференцируемых многообразий, находить производные Ли, абсолютную производную, градиент от различных тензоров и полилинейных форм;
- применять обобщенную теорему Стокса и следствия из нее для различных многообразий;
- работать с аффинной связностью, определять тензоры кручения, Римана-Кристоффеля, исследовать геометрический смысл дифференциальных операторов на многообразиях;
- описывать свойства кривых и поверхностей в трехмерном евклидовом пространстве;

• владеть:

- навыками работы с векторами, тензорами, внешними формами на произвольных многообразиях;
- навыками применения теории внешних форм, работы с производными Ли, абсолютной производной, градиентом от тензоров и полилинейных форм;
- навыками применения обобщенной теоремы Стокса и следствий из нее;
- навыками исследования кривых и поверхностей как Римановых пространств в трехмерном евклидовом пространстве.

В таблице 1.1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций, заявленных в пункте 1.1.

Таблица 1.1 – Дисциплины, направленные на формирование компетенций

Код	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Профессиональные компетенции			
ОПК-1	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	Б.1.Б.07. Математический анализ 1 Б.1.В.01. Математический анализ 2 Б.1.Б.14. Дискретная математика Б.1.Б.15. Дифференциальные уравнения Б.1.Б10. Алгебра и геометрия 1. Линейная алгебра Б.1.В.02. Высшая алгебра Б.1.Б.11. Физика Б.1.В.09. Теоретическая механика Б.1.ДВ.06.1. Аналитическая механика Б.1.ДВ.06.2. Введение в качественную теорию дифференциальных уравнений Б1.В.07 Механика сплошных сред Б.1.Б.12. Основы информатики и архитектура компьютеров Б.1.Б.17. Языки и методы программирования 1 Б.1.ДВ.09.1. Языки и методы программирования 2 Б.1.ДВ.09.2. Языки и методы программирования 3 Б.1.Б.20. Операционные системы	Б.1.ДВ.04.1. Термодинамика и статистическая физика Б.1.ДВ.04.2. Теоретическая физика Б.1.В.06. Методы высокопроизводительных вычислений и параллельных технологий Б.1.Б.08. Комплексный анализ Б.1.ДВ.08.1. Вычислительные сети Б.1.ДВ.08.2. Современные методы разработки программ Б2.В.04 Преддипломная практика
ПК-2	способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	Б.1.Б10. Алгебра и геометрия 1. Линейная алгебра Б.1.Б.14. Дискретная математика Б.1.В.09. Теоретическая механика Б.1.ДВ.06.1. Аналитическая механика Б.1.ДВ.06.2. Введение в качественную теорию дифференциальных уравнений Б1.Б.15 Дифференциальные уравнения Б.1.В.02. Высшая алгебра	Б1.Б.23 Теория случайных процессов Б1.ДВ.04.1 Термодинамика и статистическая физика Б1.ДВ.04.2 Теоретическая физика

2. Перечень планируемых результатов обучения дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Учебная дисциплина обеспечивает формирование части компетенций ОПК-1 и ПК-2.

2.1. Дисциплинарная карта компетенции ОПК-1

Код ОПК-1	Формулировка компетенции способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
----------------------	---

Код ОПК-1.Б1.В.04	Формулировка дисциплинарной части компетенции способность использовать базовые знания теории кривых и поверхностей в трехмерном пространстве
------------------------------	--

Требования к компонентному составу части компетенции

Перечень компонентов	Виды учебной работы	Средства оценки
Знает: – основы теории кривых и поверхностей в трехмерном пространстве;	Лекции и самостоятельная работа студентов по изучению теоретического материала	Контрольные работы и тестовые вопросы для текущего и рубежного контроля
Умеет: – описывать свойства кривых и поверхностей в трехмерном евклидовом пространстве;	Практические занятия. Самостоятельная работа студентов (подготовка к лекционным и практическим занятиям)	Контрольные работы для текущего и рубежного контроля
Владеет: – навыками исследования кривых и поверхностей как Римановых пространств в трехмерном евклидовом пространстве.	Практические занятия. Самостоятельная работа студентов (подготовка к практическим занятиям)	Контрольные работы для текущего и рубежного контроля Вопросы к зачёту

2.2. Дисциплинарная карта компетенции ПК-2

Код ПК-2	Формулировка компетенции способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат
---------------------	---

Код ПК-2.Б1.В.04	Формулировка дисциплинарной части компетенции понимать и уметь применять математический аппарат дифференциально-геометрического происхождения в исследовательской и прикладной деятельности
-----------------------------	---

Требования к компонентному составу части компетенции

Перечень компонентов	Виды учебной работы	Средства оценки
Знает: – определения и свойства топологических пространств, многообразий, касательных расслоений, строение многообразий; – виды вводимых на многообразиях структур и приобретаемые вследствие этого свойства (от топологических до Римановых пространств);	Лекции и самостоятельная работа студентов по изучению теоретического материала	Контрольные работы и тестовые вопросы для текущего и рубежного контроля

– определения и свойства кривых на многообразиях, гиперповерхностей, векторов и тензоров на многообразиях, внешних форм, их свойств и операций над ними, включая производную Ли, внешнюю производную, градиент, абсолютную производную;		
Умеет: – применять основные понятия дифференциально-геометрического происхождения для описания свойств и структуры произвольных многообразий; – использовать теорию внешних форм для исследования свойств дифференцируемых многообразий, находить производные Ли, абсолютную производную, градиент от различных тензоров и полилинейных форм; – применять обобщенную теорему Стокса и следствия из нее для различных многообразий; – работать с аффинной связностью, определять тензор кручения, Римана-Кристоффеля, исследовать геометрический смысл дифференциальных операторов на многообразиях;	Практические занятия. Самостоятельная работа студентов (подготовка к лекционным и практическим занятиям)	Контрольные работы для текущего и рубежного контроля
Владет: – навыками работы с векторами, тензорами, внешними формами на произвольных многообразиях; – навыками применения теории внешних форм, работы с производными Ли, абсолютной производной, градиентом от тензоров и полилинейных форм; – навыками применения обобщенной теоремы Стокса и следствий из нее.	Практические занятия. Самостоятельная работа студентов (подготовка к практическим занятиям)	Контрольные работы для текущего и рубежного контроля Вопросы к зачёту

3. Структура учебной дисциплины по видам и формам учебной работы

Объем дисциплины в зачетных единицах составляет 5 ЗЕ. Количество часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся указано в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Объем и виды учебной работы

№ п.п.	Виды учебной работы	Трудоёмкость, ч		
		по семестрам	всего	
1	2	3	4	5
1	Аудиторная (контактная) работа	34	52	86
	- в том числе в интерактивной форме	20	25	45
	- лекции (Л)	16	16	32
	- в том числе в интерактивной форме	10	10	20
	- практические занятия (ПЗ)	18	36	54
	- в том числе в интерактивной форме	10	25	35
	- лабораторные работы (ЛР)	0	0	0
	- в том числе в интерактивной форме	0	0	0
2	Контроль самостоятельной работы (КСР)	2	2	4
3	Самостоятельная работа студентов (СРС)	36	54	90
	- изучение теоретического материала	18	26	44

	- подготовка к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, лабораторным)	18	28	46
4	Итоговый контроль (промежуточная аттестация студентов) по дисциплине	зачет	дифф. зачет	
5	Трудоёмкость дисциплины, всего: в часах (ч) в зачётных единицах (ЗЕ)	72	108	180 5

4. Содержание учебной дисциплины

4.1. Модульный тематический план

Таблица 4.1 – Тематический план по модулям учебной дисциплины

Номер учеб- ного мо- дуля	Номер раз- дела дисци- плины	Номер темы дисциплины	Количество часов и виды занятий (очная форма обучения)							Трудо- ёмкость, ч / ЗЕ
			аудиторная работа				КСР	Итого- вый контроль	самостоя тельная работа	
			всего	Л	ПЗ	ЛР				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	Введение	1	1	-	-	-	-	-	1
		1.	3	1	2	-	-	-	ИТМ-2 ПА3-2	7
		2.	4	2	2	-	-	-	ИТМ-2 ПА3-2	8
	2	3.	4	2	2	-	-	-	ИТМ-2 ПА3-2	8
		4.	4	2	2	-	1	-	ИТМ-2 ПА3-2	9
	Всего по модулю:		16	8	8	-	1	КР	16	33
	2	1	5.	2	1	1	-	-	-	ПА3-2
6.			2	1	1	-	-	-	ИТМ-2	4
2		7.	2	1	1	-	-	-	ПА3-2	4
		8.	4	2	2	-	-	-	ИТМ-2 ПА3-2	8
		9.	3	1	2	-	-	-	ИТМ-2 ПА3-2	9
		10.	2	1	1	-	-	-	ПА3-2	5
		11.	3	1	2	-	1	-	ИТМ-2 ПА3-2	9
Всего по модулю:		18	8	10	-	1	КР	20	39	
Промежуточная аттестация (5 семестр)							зачет			
Итого в 5 семестре:		34	16	18	-	2		36	72	
3	1	12.	3	1	2	-	-	-	ИТМ-2	5
		13.	3	1	2	-	-	-	ИТМ-2	5
		14.	3	1	2	-	-	-	ИТМ-2 ПА3-2	7
		15.	3	1	2	-	-	-	ИТМ-2 ПА3-2	7

	2	16.	4	2	2	-	-	-	ИТМ-2 ПАЗ-2	8
		17.	3	1	2	-	-	-	ПАЗ-2	5
		18.	3	1	2	-	-	-	ИТМ-2 ПАЗ-2	7
		19.	3	1	2	-	-	-	ПАЗ-2	5
		20.	3	1	2	-	1	-	ИТМ-4 ПАЗ-2	10
	Всего по модулю:		28	10	18	-	1	КР	30	59
4	1	21.	8	2	6	-	-	-	ИТМ-2 ПАЗ-6	16
	2	22.	3	1	2	-	-	-	ИТМ-2 ПАЗ-2	7
		23.	3	1	2	-	-	-	ИТМ-2 ПАЗ-2	7
		24.	5	1	4	-	-	-	ИТМ-2 ПАЗ-2	9
		25.	5	1	4	-	1	-	ИТМ-2 ПАЗ-2	10
	Всего по модулю:		24	6	18	-	1	КР	24	49
Итоговая аттестация (6 семестр)								дифф. зачет		
Итого в 6 семестре:			52	16	36	-	2		54	108
Итого:			86	32	54	-	4	0	90	180 / 5

ИТМ — изучение теоретического материала,

ПАЗ — подготовка к аудиторным занятиям.

4.2. Содержание разделов и тем учебной дисциплины

Модуль 1. Основы топологии, отображения топологических пространств

Раздел 1. Основы топологии

Л – 3 ч, ПЗ – 4 ч, СРС – 8 ч.

Введение. Л – 1 ч.

Организация учебного процесса по дисциплине. Основные понятия, термины и определения. Предмет и задачи дисциплины. Роль и место дисциплины среди других дисциплин учебного плана.

Тема 1. *Топология арифметического пространства. Топологическое пространство*

Тема 2. *Внутренности и замыкания, их свойства. Аксиомы отделимости*

Раздел 2. Непрерывное отображение в топологических пространствах

Л – 4 ч, ПЗ – 4 ч, СРС – 8 ч., КСР – 1 ч.

Тема 3. *Однозначное отображение в топологических пространствах. Непрерывное отображение. Гомеоморфизм топологических пространств*

Тема 4. *Связные множества в топологических пространствах. Индуцированная топология. Сужение на топологическом пространстве*

Модуль 2. Дифференцируемое многообразие. Векторные и тензорные поля на многообразиях

Раздел 1. Дифференцируемое многообразие

Л– 2 ч, ПЗ – 2 ч, СРС – 4 ч.

Тема 5. *Определение топологического многообразия и примеры. Дифференцируемое многообразие. Диффеоморфизм. Локальная и глобальная эквивалентность многообразий*

Тема 6. *Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Классификация связных многообразий. Подмногообразия*

Раздел 2. Векторные и тензорные поля на многообразиях

Л – 6, ПЗ – 8 ч, СРС – 16 ч., КСР – 1 ч.

Тема 7. *Функции на многообразиях. Кривые на многообразиях. Касательное пространство. Касательное расслоение. Обобщенная дельта Кронекера и оператор альтернирования*

Тема 8. *Сопряженное касательное пространство, линейные формы и их поля. Базис в сопряженном пространстве*

Тема 9. *Внешнее произведение линейных форм, его свойства. Полилинейные формы и их поля на дифференцируемом многообразии. Тензоры и тензорные поля на дифференцируемом многообразии. Алгебраические операции над тензорами на дифференцируемом многообразии*

Тема 10. *Внешние полилинейные формы, их внешнее произведение. Линейная зависимость/независимость векторов на произвольном дифференцируемом многообразии. Проверка ориентируемости многообразия с помощью внешних форм. Объем подобласти на многообразии*

Тема 11. *Изоморфизм касательных пространств в точке многообразия. Операция дуализации. Внешняя производная полилинейных форм и тензоров*

Модуль 3. Дополнительные структуры на дифференцируемых многообразиях

Раздел 1. Простые дифференциальные структуры на дифференцируемых многообразиях

Л – 4 ч, ПЗ – 8 ч, СРС – 12 ч.

Тема 12. *Точные и замкнутые формы. Лемма Пуанкаре. Конгруэнция векторного поля. Координатный и некоординатный базисы*

Тема 13. *Перенос Ли, скобки Ли. Производная Ли скалярнозначной функции и векторного поля. Свойства производной Ли векторных полей в координатном и некоординатном базисе*

Тема 14. *Производная Ли от линейной формы. Связь производной Ли и внешней производной для внешних форм*

Тема 15. *Обобщенная теорема Стокса. Классификация многообразий и дифференциальных структур на многообразиях*

Раздел 2. Аффинная связность на многообразии

Л – 6 ч, ПЗ – 10 ч, СРС – 18 ч., КСР – 1 ч.

Тема 16. *Абсолютная производная. Градиент скалярнозначной функции и векторного поля на дифференцируемых многообразиях*

Тема 17. *Коэффициенты связности. Ковариантная производная. Связь абсолютной производной и производной Ли. Тензор кручения. Симметричная связность*

Тема 18. *Геодезические линии на многообразиях. Геометрический смысл тензора кручения*

Тема 19. Тензор Римана-Кристоффеля. Определение, свойства, геометрический смысл. Уравнение девиации геодезических линий

Тема 20. Согласованность связности и объема. Скалярное произведение векторов на многообразии, метрика. Риманово пространство

Модуль 4. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей

Раздел 1. Теория кривых в Римановом пространстве

Л – 2 ч, ПЗ – 6 ч, СРС – 8 ч.

Тема 21. Теория кривых в n -мерном Римановом пространстве. Формулы Френе в n -мерном пространстве. Натуральные уравнения кривой

Раздел 2. Поверхности в трехмерном пространстве

Л – 4 ч, ПЗ – 12 ч, СРС – 16 ч., КСР – 1 ч.

Тема 22. Измерения на поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Изометричные поверхности. Изгибание поверхностей. Гауссова кривизна поверхностей. Геодезическая кривизна поверхностных кривых

Тема 23. Нормаль к поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Деривационные формулы Вейнгартена

Тема 24. Кривизна кривой на поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Линии кривизны. Формулы Родриго

Тема 25. Классификация точек поверхности. Индикатриса Дюпена. Асимптотические линии поверхности

4.3. Перечень тем практических занятий

Таблица 4.2. – Темы практических занятий

№ п.п.	Номер темы дисциплины	Наименование темы практического занятия
1	2	3
2	1.	Аксиомы топологического пространства. Проверка выполнения аксиом для заданных примеров. Минимальная и максимальная топологии
3	2.	Доказательство свойств внутренностей и замыканий. Проверка аксиом отделимости для заданных примеров
4	3.	Доказательство свойств образов и прообразов.
5	4.	Компактность множеств, связность при непрерывных отображениях. Теоремы о связных множествах. Индуцированная топология. Сужение отображений
6	5.	Проверка признаков дифференцируемого многообразия для заданных примеров
7	6.	Построение атласов для заданных множеств, исследование их ориентируемости, проведение классификации
8	7.	Доказательство свойств обобщенной дельты Кронекера. Представление определителей и миноров с ее помощью
9	8.	Построение базиса в сопряженном пространстве
10	9.	Доказательство свойств внешнего произведения линейных форм. Компонентное представление полилинейных внешних форм. Построение и вывод правил преобразования базисных элементов в пространстве внешних полилинейных форм при замене базиса в касательном пространстве
11	10.	Внешняя форма, задающая объем на многообразии. Проверка линейной независимости и определение ориентации системы векторов с помощью внешней «формы объема». Вычисление формы объема в различных системах координат

12	11.	Вычисление дуальных величин, двойная дуализация полилинейных форм и тензоров. Дуализация произведений. Внешняя производная линейных и полилинейных форм, векторов, тензоров. Дуализация внешней производной. Внешняя производная дуальных величин
13	12.	Проверка замкнутости и точности заданных внешних форм
14	13.	Доказательства свойств производной Ли
15	14.	Вычисление производной Ли полилинейных и внешних форм
16	15.	Применение теоремы Стокса и теоремы о дивергенции к заданным многообразиям в охватывающем пространстве различной размерности. Получение из них классических интегральных теорем и формул теории поля
17	16.	Вычисление абсолютной производной векторов, линейных и полилинейных форм, внешних форм. Вычисление градиентов заданных скалярнозначных функций и векторных полей
18	17.	Вывод правил преобразования коэффициентов аффинной связности при замене базиса в касательном пространстве. Вывод формул для ковариантных производных. Вывод правил преобразования компонент тензора кручения. Доказательство свойств тензора кручения
19	18.	Доказательство свойств геодезических линий. Построение геодезических линий для заданных поверхностей
20	19.	Вывод правил преобразования компонент тензора Римана-Кристоффеля. Доказательство свойств тензора Римана-Кристоффеля. Доказательство тождества Бьянки
21	20.	Доказательство формулы согласованности связности и объема. Вычисление длин и углов на заданных двумерных поверхностях как римановых пространствах
22	21.	Вычисление кривизны и кручения для кривых в трехмерном евклидовом пространстве, заданных различными способами
23	22.	Вычисление первой квадратичной формы для поверхностей, заданных в трехмерном евклидовом пространстве. Проверка разворачиваемости этих поверхностей. Вычисление гауссовой и геодезической кривизны. Вычисление площадей на поверхностях
24	23.	Построение нормалей к заданным поверхностям, вычисление второй квадратичной формы поверхностей, заданных в трехмерном евклидовом пространстве
25	24.	Вычисление нормальной кривизны заданных поверхностей в трехмерном евклидовом пространстве. Нахождение геодезических линий. исследование свойств геодезических линий
26	25.	Исследование заданных в трехмерном евклидовом пространстве поверхностей, классификация их точек. Построение асимптотических линий на заданных поверхностях

4.4. Перечень тем лабораторных работ

Не предусмотрены.

4.5. Виды самостоятельной работы студентов

Таблица 5.1. – Виды самостоятельной работы студентов (СРС)

Номер темы (раздела) дисциплины	Вид самостоятельной работы студентов	Трудоёмкость, часов
1	2	3
1.	изучение теоретического материала,	1
	подготовка к практическим занятиям	1
2.	изучение теоретического материала,	1
	подготовка к практическим занятиям	1
3.	изучение теоретического материала,	1

	подготовка к практическим занятиям	1
4.	изучение теоретического материала,	1
	подготовка к практическим занятиям	1
5.	подготовка к практическим занятиям	1
6.	подготовка к практическим занятиям	1
7.	подготовка к практическим занятиям	1
8.	изучение теоретического материала,	1
	подготовка к практическим занятиям	1
9.	изучение теоретического материала,	1
	подготовка к практическим занятиям	1
10.	подготовка к практическим занятиям	1
11.	изучение теоретического материала,	1
	подготовка к практическим занятиям	1
12.	изучение теоретического материала,	2
	подготовка к практическим занятиям	2
13.	изучение теоретического материала,	2
	подготовка к практическим занятиям	2
14.	изучение теоретического материала,	2
	подготовка к практическим занятиям	2
15.	изучение теоретического материала,	3
	подготовка к практическим занятиям	3
16.	изучение теоретического материала,	2
	подготовка к практическим занятиям	2
17.	изучение теоретического материала,	2
	подготовка к практическим занятиям	2
18.	изучение теоретического материала,	2
	подготовка к практическим занятиям	2
19.	изучение теоретического материала,	2
	подготовка к практическим занятиям	2
20.	изучение теоретического материала,	2
	подготовка к практическим занятиям	2
21.	изучение теоретического материала,	4
	подготовка к практическим занятиям	6
22.	изучение теоретического материала,	2
	подготовка к практическим занятиям	2
23.	изучение теоретического материала,	2
	подготовка к практическим занятиям	2
24.	изучение теоретического материала,	4
	подготовка к практическим занятиям	4
25.	изучение теоретического материала,	4
	подготовка к практическим занятиям	4
Итого: в ч / в 3Е		90 / 2.5

4.5.1. Подготовка к практическим занятиям

Подготовка к практическим занятиям включает в себя:

1. Повторение теоретического материала по предшествующей теме занятий.
 1. Решение задач, заданных на практических занятиях. Подготовка к устной защите решений.
 2. Подготовка к рубежным контрольным работам по модулям.

4.5.2. Самостоятельное изучение теоретического материала

1. При подготовке к лекциям студенты изучают материал по предшествующей теме занятий; усвоение материала проверяется периодически на лекциях и практических занятиях проведением опроса – текущих контрольных работ (продолжительность 5-10 мин., периодичность – не реже одного раза в две недели).

2. Доказательство части утверждений, сформулированных на предшествующих лекциях, доказательство которых рекомендовано провести самостоятельно

5. Методические указания по изучению дисциплины

При изучении дисциплины студентам следует выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.

2. После изучения какого-либо раздела по литературе из рекомендуемого списка или конспектным материалам следует по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.

3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям и заданиям на самостоятельную работу.

4. Изучение дисциплины осуществляется в течение трех семестров, график изучения дисциплины приводится в п.7.

5. Темы, предлагаемые для самостоятельного изучения, формулируются на лекциях преподавателем. Им же даются источники литературы для более детального изучения вопросов, обсуждаемых на лекциях.

Практические занятия проводятся методом обучения действием: кратко перечисляются основы теоретический материала, известного по ранее изученным дисциплинам, обсуждается новый учебный материал, формулируются проблемы. Каждое практическое занятие проводится по своему алгоритму. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: отработка умений и навыков, приобретаемых в процессе изучения дисциплины, применение знаний отдельных изученных ранее дисциплин и методов решения проблем, закрепление основ теоретических знаний с позиций комплексного видения проблемы и области знаний.

5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при которой учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя, которые нацелены на активацию процессов усвоения материала, стимулирования ассоциативного мышления студентов и установления связей с ранее освоенным материалом.

При проведении практических занятий преследуются следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и комбинированных методов для решения задач; закрепление основ теоретических знаний.

6. Фонд оценочных средств дисциплины

6.1. Текущий контроль освоения заданных дисциплинарных частей компетенций

Текущий контроль освоения дисциплинарных частей компетенций проводится в следующих формах:

5-минутные письменные опросы (летучки) перед каждой лекцией с теоретическими вопросами, требующими кратких ответов, по теме предыдущих занятий;
оценка работы студента на практических занятиях проводится на основании индивидуального рейтинга по итогам сданных заданий для самостоятельного выполнения.

6.2. Рубежный и промежуточный контроль освоения заданных дисциплинарных частей компетенций

Рубежный контроль освоения дисциплинарных частей компетенций проводится по окончании модулей дисциплины в следующих формах:

собеседование и опрос, текущая контрольная работа для анализа усвоения материала каждого модуля.

6.3. Итоговый контроль освоения заданных дисциплинарных частей компетенций

а) экзамен не предусмотрен,

б) зачёт (дифференцированный):

условия проставления зачёта по дисциплине:

- зачёт по дисциплине выставляется по итогам проведённого промежуточного контроля,
- при выполнении 80% заданий практических занятий,
- с учетом индивидуального рейтинга студента,
- при выполнении зачетного задания в виде расширенного теста и собеседования по итогам теста.

Фонды оценочных средств, включающие типовые задания, контрольные работы, тесты и методы оценки, критерии оценивания, перечень контрольных точек и таблица планирования результатов обучения, контрольные задания к экзамену, позволяющие оценить результаты освоения данной дисциплины, входят в состав РПД в виде приложения.

6.4. Виды текущего, рубежного и итогового контроля освоения элементов и частей компетенций

Таблица 6.1. - Виды контроля освоения элементов и частей компетенций

Контролируемые результаты освоения дисциплины (ЗУВы)	Вид контроля		
	КР	ТПЗ	Зачёт
Знает:			
определения и свойства топологических пространств, многообразий, касательных расслоений, строение многообразий	+	+	+
виды вводимых на многообразиях структур и приобретаемые вследствие этого свойства (от топологических до Римановых пространств)	+	+	+
определения и свойства кривых на многообразиях, гиперповерхности	+	+	+

стей, векторов и тензоров на многообразиях, внешних форм, их свойств и операций над ними, включая производную Ли, внешнюю производную, градиент, абсолютную производную			
основы теории кривых и поверхностей в трехмерном пространстве	+	+	+
Умеет:			
применять основные понятия дифференциально-геометрического происхождения для описания свойств и структуры произвольных многообразий	+		+
использовать теорию внешних форм для исследования дифференцируемых многообразий, находить производные Ли, абсолютную производную, градиент от различных тензоров и полилинейных форм	+		+
применять обобщенную теорему Стокса и следствия из нее для различных многообразий	+		+
работать с аффинной связностью, определять тензор кручения, Римана-Кристоффеля, исследовать геометрический смысл дифференциальных операторов на многообразиях	+		+
описывать свойства кривых и поверхностей в трехмерном евклидовом пространстве	+		+
Владеет:			
навыками работы с векторами, тензорами, внешними формами на произвольных многообразиях	+		+
навыками применения теории внешних форм, работы с производными Ли, абсолютной производной, градиентом от тензоров и полилинейных форм	+		+
навыками применения обобщенной теоремы Стокса и следствий из нее	+		+
навыками исследования кривых и поверхностей как Римановых пространств, вложенных в трехмерное евклидово пространство	+		+

ТПЗ – текущая проверка знаний (летучки на лекциях по пройденному материалу);
 КР – контрольная работа.

7. График учебного процесса по дисциплине

Таблица 7.1. – График учебного процесса по дисциплине

[illegible][illegible]

8. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы студентов по изучению дисциплины

8.1. Карта обеспеченности дисциплины учебно-методической литературой

Б1.В.04. «Алгебра и геометрия 2. Дифференциальная геометрия и основы топологии»

(индекс и полное название дисциплины)

БЛОК 1. Дисциплины (модули)

(цикл дисциплины)

☐
☒

базовая часть цикла

вариативная часть цикла

☒
☐

обязательная

по выбору студента

01.03.02

(код направления подготовки / специальности)

**Прикладная математика и информатика /
Математическое моделирование**

(полное название направления подготовки / специальности)

ПМИ/ММ

(аббревиатура направления / специальности)

Уровень
подготовки:

☐
☒
☐

специалист

бакалавр

магистр

Форма
обучения:

☒
☐
☐

очная

заочная

очно-заочная

2016

(год утверждения
учебного плана ОПОП)

Семестр(-ы):

5, 6

Количество групп:

1

Количество студентов:

25

Зубко Иван Юрьевич

(фамилия, инициалы преподавателя)

доцент

(должность)

Прикладной математики и механики

(факультет)

«Математического моделирования систем и процессов»

(кафедра)

тел. 239-12-97

(контактная информация)

Карта обеспеченности
в библиотеку сдана

8.2. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке+кафедре; местонахождение электронных изданий
1	2	3
1 Основная литература		
1	Мищенко А.С., Фоменко А.Г. Курс дифференциальной геометрии и топологии. – Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2010. – 502 с.	27
2	Блашке В. Введение в дифференциальную геометрию. Пер.с нем.-2-е изд., испр. и доп.-Ижевск: Регуляр. и хаот.динамика, 2000. – 231 с.	3
3	Фоменко А.Т. Дифференциальная геометрия и топология. Дополнительные главы.- 2-е изд., испр. и доп.-Ижевск: Регуляр. и хаот.динамика, 1999. – 249 с.	6
4	Голованов Н.Н., Ильютко Д.П., Носовский Г.В., Фоменко А.Т. Компьютерная геометрия. – М.: Академия. 2006. – 512 с.	1
5	Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию: учебное пособие для вузов - М.: Физматлит, 2009. – 352 с.	1
6	Картан Э.Ж. Геометрия римановых пространств. – Москва, Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2012. – 431 с.	1
2 Дополнительная литература		
2.1 Учебные и научные издания		
1	Арнольд В.И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений.-2 е изд., испр. и доп.-М.: Регуляр. и хаот. динамика, 2002, 2000 – 399 с.	7
2	Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. — 7-е изд. — М.: Физматлит, 2006. – 570 с.	59
3	Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. – М.: Наука, Физматлит. 2003. – 664 с.	1
4	Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия. Первое знакомство. - М.:МГУ, 1990. – 384 с.	2
2.2 Периодические издания		
	Не требуются	
2.3 Нормативно-технические издания		
	Не требуются	
2.4 Официальные издания		
	Не требуются	
2.5 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», полезных для освоения дисциплины		
1	Электронная библиотека Научной библиотеки Пермского национального исследовательского политехнического университета [Электронный ресурс: полнотекстовая база данных электрон. документов изданных в Изд-ве ПНИПУ]. – Электрон. дан. (1 912 записей). – Пермь, 2014. – Режим доступа: http://elib.pstu.ru/ . – Загл. с экрана.	
2	Лань [Электронный ресурс : электрон.-библ. система: полнотекстовая база данных электрон. документов по гуманит., естеств., и техн. наукам] / Изд-во «Лань». – Санкт-Петербург: Лань, 2010- . – Режим доступа: http://e.lanbook.com/ . – Загл. с экрана.	

Карта
обеспеченности
в библиотеку сдана

3	ProQuest Dissertations & Theses Global [Электронный ресурс]: [полнотекстовая база данных : дис. и дипломные работы на ин. яз. по всем отраслям знания] / ProQuest LLC. – Ann Arbor, 2016. – Режим доступа: http://search.proquest.com/pqdtglobal/dissertations , по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.	
4	Электронная библиотека диссертаций РГБ [Электронный ресурс]: [полнотекстовая база данных: электрон. версии дис. и автореф. дис. по всем отраслям знания] / Электрон. б-ка дис. – Москва, 2003-2016. – Режим доступа: http://diss.rsl.ru , компьютер. сеть Науч. б-ки Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.	
5	Cambridge Journals [Electronic resource : полнотекстовая база данных: электрон. журн. по гуманит., естеств., и техн. наукам на англ. яз.] / University of Cambridge. – Cambridge: Cambridge University Press, 1770-2012. – Режим доступа: http://journals.cambridge.org/ . – Загл. с экрана. 11.	
6	EBSCO Databases [Электронный ресурс]: [полнотекстовые базы данных журн. и кн. по гуманит., обществ., естеств. и техн. наукам на ин. яз.] / EBSCO Publishing. – Ipswich, 2016. – Режим доступа: http://search.ebscohost.com , по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.	
7	SAGE Journals [Электронный ресурс]: [полнотекстовая база данных : электрон. мультидисциплинар. журн. на англ. яз.] / SAGE Publications. – Los Angeles, 2016. – Режим доступа: http://online.sagepub.com , по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.	
8	Science [Электронный ресурс]: [электрон. версия еженед. междисциплинар. науч. журн. на англ. яз.] / The American Association for the Advancement of Science (AAAS). – Washington, 2016. – Режим доступа: http://www.sciencemag.org/magazine , по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.	
9	Taylor & Francis Online [Электронный ресурс]: [полнотекстовая база данных : электрон. мультидисциплинар. журн. на англ. яз.] / Informa UK Ltd. – London, 2016. – Режим доступа: http://www.tandfonline.com , по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.	
10	Российский индекс научного цитирования [Электронный ресурс]: [мультидисциплинар. реф.-библиограф. и наукометр. база данных на рус. яз.] / Науч. электрон. б-ка. – Москва, 2000-2016. – Режим доступа: http://elibrary.ru/project_risc.asp , свободный. – Загл. с экрана.	

Основные данные об обеспеченности на 10 ноября 2016

(дата одобрения рабочей программы на заседании кафедры)

Основная литература ☒ обеспечена ☐ не обеспечена

Дополнительная литература ☒ обеспечена ☐ не обеспечена

Зав. отделом комплектования
научной библиотеки



Н.В. Тюрикова

Текущие данные об обеспеченности на _____

(дата контроля литературы)

Основная литература ☒ обеспечена ☐ не обеспечена

Дополнительная литература ☒ обеспечена ☐ не обеспечена

Зав. отделом комплектования
научной библиотеки

в библиотеку сдана

Н.В. Тюрикова

8.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

8.3.1 Перечень программного обеспечения, в том числе компьютерные обучающие и контролирующие программы

Не используются.

8.4. Аудио- и видео-пособия

Таблица 8.2. – Используемые аудио- и видео-пособия

Вид аудио-, видео-пособия				Наименование учебного пособия
теле-фильм	кино-фильм	слайды	аудио-пособие	
1	2	3	4	5
		+		<i>Краткий курс теории, задания и рекомендации к выполнению практической и самостоятельной работы</i>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

9.1. Специализированные лаборатории и классы

Таблица 9.1. – Специализированные лаборатории и классы

№ п.п.	Помещения			Площадь, м ²	Количество посадочных мест
	Название	Принадлежность (кафедра)	Номер аудитории		
1	2	3	4	5	6
1	Аудитории, оборудованные ноутбуком, видеопроектором	ММСП	318 к.В	51	40

9.2. Основное учебное оборудование

Учебное оборудование не используется.

Лист регистрации изменений

№ п.п.	Содержание изменения	Дата, номер протокола заседания кафедры. Подпись заведующего кафедрой
1	2	3
1		
2		
3		
4		